

دفترچه شماره ۱



کد مدرسه

پیش آزمون

۱۱



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲

تاریخ پیش آزمون: اسفندماه ۱۴۰۳

پیش آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۱۸	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۳۰	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۹ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	فصل‌های ۱ و ۳	فصل‌های ۱ و ۳	فصل‌های ۴ و ۵
هندسه	—	کل کتاب	فصل‌های ۲ و ۳
گسسته	فصل‌های ۶ و ۷	فصل ۲ تا ۴	فصل ۳

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴



www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

۱- در دنباله هندسی غیر ثابت a_n رابطه $a_2 a_4 = -3a_3 + a_5 = \frac{4a_2 a_4}{a_6}$ برقرار است. نسبت جمله سوم بر جمله اول کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۲

۲- دنباله a, ab, b^3, \dots هندسی و دنباله $\dots, 2a+1, b-1, -a$ حسابی است. اولین جمله مشترک دو دنباله، جمله چندم دنباله حسابی است؟ ($ab \neq 0$)

- (۱) ششم (۲) هفتم (۳) هشتم (۴) نهم

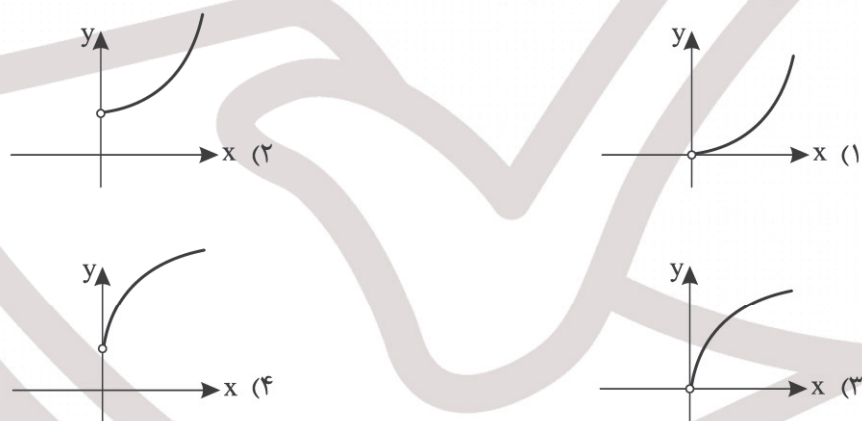
۳- حاصل عبارت $A = (x^2 + 12)(x + 6)$ به ازای $x = 2\sqrt{4} - 2$ چقدر است؟

- (۱) ۹۶ (۲) ۸۴ (۳) ۷۲ (۴) ۱۰۸

۴- اگر $a = \sqrt{\sqrt{2}-1}$ باشد، حاصل $(a - \frac{\sqrt{3}}{a})^2 + (a + \frac{\sqrt{3}}{a})^2$ کدام است؟

- (۱) $8\sqrt{2} + 4$ (۲) $6\sqrt{2} + 4$ (۳) $8\sqrt{2} + 6$ (۴) $6\sqrt{2} + 8$

۵- نمودار تابع $f(x) = 2 \log_2 \sqrt{x}$ به کدام صورت است؟



۶- نمودار تابع $f(x) = a + \log_2 \frac{1}{bx+c}$ به صورت زیر است. مقدار $\frac{b}{c}$ کدام است؟



- (۱) $-\frac{1}{4}$

- (۲) $-\frac{1}{2}$

- (۳) -۴

- (۴) -۲

محل انجام محاسبات

۷- اگر $x, y > 1$ و $\log_x \sqrt{y} - 4 \log_y x = 1$ باشد، کدام رابطه بین x و y برقرار است؟

(۱) $x = y^2$ (۲) $y = x^2$ (۳) $y = x^4$ (۴) $x = y^4$

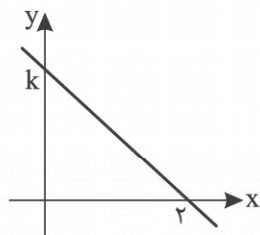
۸- مقدار $A = (\log_6 2)^2 \cdot \log_6 54 + (\log_6 3)^2 \cdot \log_6 24$ چه عددی است؟

(۱) $\log_6 27$ (۲) $(\log_6 9)^2$ (۳) $(\log_6 18)^3$ (۴) 1

۹- اگر $f(x) = \sin 3x$ و $g(x) = f(x)f(x + \frac{\pi}{6})$ مقدار $g'(\frac{\pi}{18})$ چه عددی است؟

(۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) 3 (۴) 2

۱۰- f تابع خطی است و نمودار آن شکل زیر است. اگر $g(x) = f^{-1}(x) + f(2x)$ و $g'(x) = -3$ باشد، مقدار k کدام می‌تواند باشد؟



(۱) 1

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۴) $\frac{3}{4}$

۱۱- اگر $f(x) = x + \sqrt{3+x^2}$ باشد، مشتق تابع $y = f \circ f$ به‌ازای $x = 1$ برابر α است، $[\alpha]$ کدام است؟

(۱) 1 (۲) 3 (۳) 2 (۴) صفر

۱۲- اگر $P(x) = x^4 + ax^3 + bx - 1$ بر $(x-1)^2$ بخش‌پذیر باشد، باقی‌مانده $P'(x)$ بر $(x+1)$ کدام است؟

(۱) -2 (۲) -8 (۳) 2 (۴) صفر

۱۳- اگر $f(x) = \begin{cases} ax+b & |x| \geq 1 \\ x|x| & |x| < 1 \end{cases}$ دارای سه نقطه گوشه باشد، مقدار ab کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

۱۴- تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 8x - 16$ مفروض است. اگر مینیمم نسبی تابع $g(x) = a - f(x+b)$ روی مبدأ مختصات واقع شده باشد،

ab کدام است؟

(۱) $-\frac{20}{3}$ (۲) $\frac{20}{3}$ (۳) $\frac{40}{3}$ (۴) $-\frac{40}{3}$

محل انجام محاسبات



۱۵- اگر کمترین مقدار $f(x) = \frac{x+a}{\sqrt{x+2}}$ برابر ۴ باشد، مقدار a کدام است؟ ($a > 2$)

- ۱) ۱۶ ۲) ۱۲ ۳) ۶ ۴) ۸

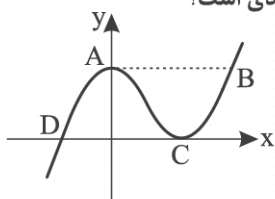
۱۶- عرض از مبدأ خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = x^3 + 3x^2 + bx + 1$ در نقطه عطف کدام است؟ ($b \neq 3$)

- ۱) ۳ ۲) -۳ ۳) -۱ ۴) صفر

۱۷- اگر مختصات نقطه عطف تابع $f(x) = ax^2 + b\sqrt{x}$ نقطه $A(\frac{1}{4}, \frac{9}{16})$ باشد، ab کدام است؟

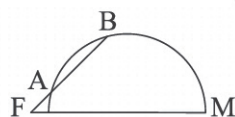
- ۱) ۱ ۲) ۴ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{2}{3}$

۱۸- اگر نمودار تابع $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + 8$ شکل زیر باشد، مساحت متوازی‌الاضلاع $ABCD$ چه عددی است؟



- ۱) ۲۴ ۲) ۱۶ ۳) ۳۲ ۴) ۳۶

۱۹- از نقطه F در امتداد قطر نیم‌دایره قاطعی رسم کرده تا دایره را در نقاط A و B قطع کند. اگر $AF = 2$ و $AB = 12$ و $\hat{BFM} = 45^\circ$ باشد، کمترین فاصله نقطه F از نقاط نیم‌دایره کدام است؟



- ۱) $8\sqrt{2} - 10$ ۲) $8\sqrt{2} - 8$ ۳) $12 - 8\sqrt{2}$ ۴) $8\sqrt{2}$

۲۰- در یک مثلث متساوی‌الساقین، شعاع دایره‌های محاطی خارجی نظیر ساق و قاعده مثلث به ترتیب ۱۵ و $\frac{4}{3}$ است. اگر طول ارتفاع نظیر قاعده برابر ۱۵ باشد، طول ارتفاع وارد بر ساق کدام است؟

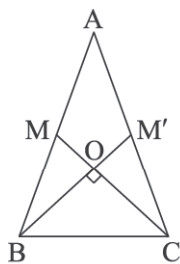
- ۱) $\frac{208}{15}$ ۲) $\frac{167}{12}$ ۳) $\frac{240}{17}$ ۴) $\frac{185}{13}$

۲۱- دایره $(O, 2a-1)$ را به مرکز M و زاویه 90° دوران می‌دهیم تا به دایره $(O', a-5)$ تبدیل شود. اگر $OM = 4\sqrt{2}$ باشد، طول بزرگ‌ترین مماس مرسوم از نقاط روی دایره C ، بر دایره C' کدام است؟

- ۱) $6\sqrt{7}$ ۲) $\sqrt{7}$ ۳) $4\sqrt{7}$ ۴) $2\sqrt{7}$

محل انجام محاسبات

۲۲- در مثلث شکل زیر، اندازه قاعده BC برابر ۳ واحد است. اگر میانه‌های نظیر اضلاع AB و AC بر هم عمود باشند، مجموع مربعات سه



ضلع مثلث ABC برابر کدام است؟

(۱) ۴۸

(۲) ۵۴

(۳) ۲۷

(۴) ۱۰۸

۲۳- در لوزی ABCD به طول ضلع ۵ واحد و قطر بزرگ ۸، از رأس A (زاویه حاده) که یک رأس قطر بزرگ است، به وسط دو ضلع روبه‌روی آن وصل می‌کنیم و نقاط تلاقی را E و F می‌نامیم. نیمساز زاویه داخلی E در مثلث AEF، ضلع مقابل را به چه نسبتی قطع می‌کند؟

(۴) $\frac{3\sqrt{7}}{17}$

(۳) $\frac{\sqrt{17}}{2}$

(۲) $\sqrt{\frac{17}{2}}$

(۱) $\frac{8\sqrt{3}}{7}$

۲۴- در مثلث ABC با مساحت ۲۰ واحد، $BC = 5$ است. مکان هندسی نقطه هم‌رسی سه میانه کدام است؟

(۲) دو خط

(۱) یک خط

(۴) نیم‌دایره به قطر BC

(۳) دایره به قطر BC

۲۵- نقطه $M(a, 2)$ روی امتداد وتر مشترک دو دایره $C: x^2 + y^2 - 2x + 2y - 7 = 0$ و $C': x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$ قرار دارد. طول مماس رسم شده از M بر دایره C برابر کدام است؟

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) ۱

(۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۱) $\sqrt{2}$

۲۶- نقطه M روی بیضی با خروج از مرکز $\frac{1}{4}$ و به فاصله $\sqrt{79}$ از مرکز بیضی قرار دارد. اگر خط d در نقطه M بر خط مماس بر بیضی در این نقطه عمود باشد و این خط فاصله کانونی را به نسبت ۲ به ۳ تقسیم کند، قطر بزرگ این بیضی کدام است؟

(۲) ۲۰

(۱) $3\sqrt{79}$

(۴) $\frac{5}{2}\sqrt{79}$

(۳) ۱۰

۲۷- در سهمی به معادله $2x^2 - 5 = k(y + x)$ فاصله نزدیک‌ترین نقطه سهمی تا کانون برابر $\frac{2}{5}$ است. اگر دهانه سهمی به سمت پایین باشد، آنگاه معادله محور تقارن این سهمی کدام است؟

(۴) $x = -\frac{5}{2}$

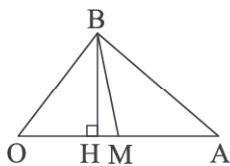
(۳) $x = -5$

(۲) $x = \frac{5}{2}$

(۱) $x = 5$

محل انجام محاسبات

۲۸- در مثلث شکل زیر اگر O مبدأ مختصات، $A = (2, -2, 4)$ و $B = (1, 0, 1)$ سه رأس مثلث OAB باشند، BM میانه و BH ارتفاع



وارد بر ضلع OA باشند، مساحت مثلث BMH کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

(۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳) $4\sqrt{3}$

(۴) $2\sqrt{3}$

۲۹- اگر $\vec{b} = (2, 3, -1)$ و $\vec{c} = (0, -1, 2)$ باشد، آنگاه به ازای کدام مقدار m بردار $\vec{a} = (m, 2m, -3)$ را می توان به صورت $\alpha\vec{b} + \beta\vec{c}$ نوشت؟ ($\alpha, \beta \in \mathbb{R}$)

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) -۲ (۴) ۲

۳۰- با سه بردار \vec{a} و \vec{b} و $\vec{c} = (2, -1, 3)$ متوازی السطوحی به حجم ۱۴ واحد مکعب ساخته ایم. اگر بردار $\vec{u} = (1, -2, 1)$ بر صفحه دو بردار \vec{a} و \vec{b} عمود و $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$ باشد، کسینوس زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} کدام است؟

(۱) $-\frac{\sqrt{6}}{6}$ (۲) $-\frac{\sqrt{7}}{7}$

(۳) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $-\frac{3}{4}$

۳۱- در یک جعبه ۲ مهره سفید و ۱ مهره قرمز وجود دارد. در هر مرحله یک مهره از جعبه خارج می کنیم و مهره خارج شده را به همراه ۲ مهره هم رنگ آن به جعبه برمی گردانیم. احتمال خارج شدن دومین مهره قرمز در مرحله سوم کدام است؟

(۱) $\frac{31}{105}$ (۲) $\frac{6}{105}$ (۳) $\frac{4}{35}$ (۴) $\frac{15}{105}$

۳۲- گل فروشی دسته گل هایی ۸ شاخه ای از ۴ نوع گل مختلف درست کرده است. یک مشتری دسته گلی را به تصادف انتخاب کرده است. اگر بدانیم دسته گل او حداقل دو شاخه از گل نوع اول دارد، با کدام احتمال از گل نوع چهارم دقیقاً دو شاخه در دسته گل وجود دارد؟

(۱) $\frac{11}{56}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{20}{84}$ (۴) $\frac{5}{28}$

۳۳- واریانس داده های a_1, a_2, a_3, a_4, b و ۶ برابر ۲۰ است. اگر داده های b و ۶ را حذف کنیم، میانگین داده ها تغییری نمی کند و واریانس داده های باقیمانده برابر صفر می شود. $|b - a_1|$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{30}$ (۲) $\sqrt{15}$ (۳) $\sqrt{60}$ (۴) $\sqrt{90}$

محل انجام محاسبات

۳۴- بازهٔ میانگین با اطمینان ۹۵٪ توسط نمونهٔ ۴۰۰ عضوی به صورت $[۷/۲, ۲/۸]$ برآورد شده است. اگر انحراف معیار جامعه دو برابر

انحراف معیار نمونه باشد، ضریب تغییرات نمونه چقدر بوده است؟

(۱) $۲/۲$ (۲) $۲/۳$ (۳) $۲/۱$ (۴) $۲/۴$

۳۵- در مربع لاتین ۵×۵ به چند روش می‌توان سه خانه انتخاب کرد که اعداد داخل آنها یکسان باشد؟

(۱) ۴۵ (۲) ۲۵ (۳) ۶۰ (۴) ۵۰

۳۶- از بین ۵ نوع گل مختلف می‌خواهیم ۱۰ شاخه انتخاب کنیم. این کار به چند طریق ممکن است صورت گیرد هرگاه از گل نوع اول دقیقاً

دو شاخه، از گل نوع دوم حداقل یک شاخه و از گل نوع سوم حداکثر دو شاخه انتخاب کنیم؟

(۱) ۹۶ (۲) ۸۵ (۳) ۶۴ (۴) ۳۵

۳۷- در چند جایگشت از حروف کلمهٔ **babel** هیچ‌کدام از حروف **a** و **l** سر جای خودشان نوشته نمی‌شوند؟

(۱) ۳۹ (۲) ۳۶ (۳) ۴۸ (۴) ۴۹

۳۸- چند تابع f از مجموعهٔ $\{۱, ۲, ۳, ۴, ۵\}$ به مجموعهٔ $\{۱, ۲, ۳, ۴\}$ می‌توان تعریف کرد که $f(۱) = f(۲) + f(۳)$ باشد؟

(۱) ۹۶ (۲) ۸۰ (۳) ۶۴ (۴) ۳۲

۳۹- تابع f از مجموعهٔ $\{۱, ۲, ۳, \dots, n\}$ به مجموعهٔ $\{۱, ۲, ۳, \dots, ۸\}$ تعریف شده است. اگر مطمئن باشیم که اعداد متمایز i, j و k

عضو دامنه تابع وجود دارند که $f(i) = f(j) = f(k)$ ، مقدار n کدام است؟

(۱) ۱۴ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴) ۱۷

۴۰- در کیسه‌ای ۶ مهرهٔ آبی، ۵ مهرهٔ سبز، ۴ مهرهٔ قرمز و ۴ مهرهٔ سفید داریم. حداقل چند مهره از کیسه خارج کنیم تا با اطمینان بتوان

گفت حداقل ۳ مهرهٔ سبز یا حداقل ۲ مهرهٔ قرمز یا حداقل ۳ مهرهٔ سفید خارج شده است؟

(۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

محل انجام محاسبات

